Solitonen

Bericht / Ausarbeitung im Rahmen der Vorlesung „Laserphysik“

Von: Jens Brauer
E-mail Adresse entfernt

15. Februar 2012

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis **3**

1 Einleitung **4**

2 Grundlagen optischer Solitonen **5**

3 Selbstphasenmodulation und Dispersion **7**

4 Die Solitonenbedingung und fundamentale Solitonen **9**

5 Solitonen höherer Ordnung **12**

6 Solitonen-Wechselwirkung **13**

7 Solitonlaser **14**

8 Helle und dunkle Solitonen **15**

9 räumliche und zeitliche Soltionen **16**

10 Zukunftsdenken: Computer mit Spin-Solitonen ? **17**

Literaturverzeichnis **20**

Abbildungsverzeichnis

1 Der nach Russel benannte Kanal in der Nähe von Edinburgh. (aus [2]) . . . 4
2 Mechanisches Analogon zum Soliton (aus [9]) 6
3 Links - optischer Puls. Rechts - optischer Puls bei Ausbreitung durch ein nichtlineares optisches Kerrmedium mit $n_2 > 0$ 8
4 Ausbreitung eines Pulses in (a) einem linearen dispersiven Medium mit negativer Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GGD), (b) einem nichtlinearen nichtdispersiven Medium mit positiver Selbstphasenmodulation (SPM) (positiver optischer Kerr-Effekt) und (c) einem nichtlinearen dispersiven Medium mit negativer GGD und positiver SPM 9
5 Gauß- und sech-Funktion (Sekans hyperbolicus) gleicher Höhe im Vergleich 11
6 Ausbreitung eines Solitons mit $N = 2$ 12
7 Wechselwirkung zweier Solitonen (aus [7]) 13
8 Darstellung des ersten Solitonlasers (aus [6]) 14
9 Solitonlaser aus einer optischen Faser (aus [9]) 14
10 Dunkle und Helle Solitonen (aus [5]) 15
11 Ausbreitung eines Strahles mit gaußförmigem Profil in einem linearen Medium (a) und einem nichtlinearen Medium (b). (c) und (d) zeigen die experimentelle Realisierung der beiden Situationen in einem 5 mm langen photorefkrativen Kristall. (aus [4]) 16
12 Modell einer Spinwelle (aus [2]). 17
13 Untersuchung von Spinwellen Solitonen (aus [2]). 18
14 Beobachtung von „Spinwave-bullets“. Das Bullet propagiert bis zu 100 ns ohne Veränderung der Form. Nur die Intensität nimmt aufgrund von Dissipationsprozessen im Laufe der Zeit leicht ab (vgl. [1]). 19

1 Einleitung

Solitonen wurden erstmals im Jahre 1834 vom schottischen Forscher John Scott Russel beschrieben. Dieser entdeckte, dass bei einem von Pferden durch einen Wasserkanal gezogenem Boot spezielle Wellen entstanden. Die Pferde blieben dabei abrupt stehen, wodurch sich eine Wellenberg vom Bug des Bootes löste und sich durch den Kanal bewegte ohne an Höhe zu verlieren. Russel konnte diesem Wellenberg einige Kilometer weit mit seinem Pferd verfolgen und ihm wurde klar, dass er etwas neues entdeckt hatte: ein Soliton, also ein sehr stabiler Wellenberg, welcher nicht mit der Zeit zerläuft, so wie es bei anderen Wellenarten der Fall ist. [2]
Zu Ehren Russels Entdeckung wurde schließlich im Jahre 1995 in der Nähe von Edinburgh ein Kanal nach ihm benannt (vgl. Abbildung 1).

Abbildung 1: Der nach Russel benannte Kanal in der Nähe von Edinburgh. Es ist zu sehen, wie sich der solitäre Wasserberg vor dem Boot auftürmt, ähnlich dem von Russel beobachtetem Wasserberg. (aus [2])

Heutzutage stellen Solitonen vor allem im Bereich der Optik eine große Rolle dar.
Es handelt sich dementsprechend um ein Wellenpaket, welches sich ohne Änderung seiner Form ausbreiten kann. Dies ist insbesondere im Bereich der Kommunikationstechnologie von Interesse, wo Informationen als 0en und 1en in Form von Lichtpaketen über lange Strecken übertragen werden müssen.
Doch auch in anderen Bereichen der Physik sind Solitonen von Interesse, zum Beispiel könnten Spinwellen-Solitonen eine entscheidende Rolle für den Computer der Zukunft spielen.

In dieser Ausarbeitung im Rahmen der Vorlesung „Laserphysik“ sollen hauptsächlich optische Solitonen betrachtet werden.

2 Grundlagen optischer Solitonen

Im Allgemeinen zeigen alle Materialien Dispersion. Das führt dazu, dass Wellenpakete die sich in linearen Medien ausbreiten immer mit der Zeit zerfließen, da die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der spektralen Anteile verschieden sind. Es kommt also z.B. zur Pulsverbreiterung. Unter bestimmten Umständen, nämlich dann wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle im Medium noch zusätzlich von der Amplitude abhängt, ist es möglich den Effekt der Dispersion zu kompensieren. Das ist in nichtlinearen Medien möglich. Von besonderem Interesse ist dabei der optische Kerr Effekt, der die Abhängigkeit des Brechungsindexes von der Intensität beschreibt [8, 7]. Es gilt:

$$n(I) = n_0 + n_2 \cdot I. \tag{1}$$

Der nichtlinearen Brechungsindex n_2 ist zwar in Glas klein ($n_2 \approx 10^{-15}/(\mathrm{Wcm}^{-2})$), jedoch ist die Leistungsdichte z.B. in optischen Glasfasern so hoch, dass der Kerr Effekt schon bei einigen Milliwatt eine Rolle spielt und dazu führen kann, dass Solitonen erzeugt werden. Diese Wellenpakete, die auch solitäre Wellen genannt werden, können das Medium nahezu ungehindert durchdringen und im Falle von optischen Glasfasern einen Weg von vielen tausend Kilometern zurücklegen.

Eine weitere Besonderheit die bereits Russel im Jahre 1844 richtig darstellte, ist, dass sich Solitonen bei Kollisionen gegenseitig durchdringen und nach der Kollision ihre ursprüngliche Form beibehalten. Solitonen besitzen also Teilchencharakter. Man bezeichnet optische Solitonen daher auch als besondere solitäre Wellen, die orthogonal sind, d.h. bei denen sich die Intensitätsprofile nicht ändern, wenn sie sich im Medium begegnen. Sie erfahren nur eine Phasenverschiebung. Daher können sich die Wellen unabhängig voneinander ausbreiten.

Abbildung 2 zeigt eine Veranschaulichung der Entstehung eins Solitons durch ein mechanisches Analogon. Da das schwere Auto, das schnelle Auto und das Fahrrad unterschiedliche Geschwindigkeiten haben, würde das „Gesamtpaket“ bestehend aus diesen drei Fahrzeugen auf einer gerade Strecke auseinanderlaufen, wie ein Wellenpaket in einem linearen Medium. Auf einem „elastischen“ Untergrund jedoch könnte der Effekt der Dispersion gestoppt werden. So verändert der schwere Wagen die Oberfläche, ähnlich wie der intensive Teil des optischen Pulses den Brechungsindex ändert. Der schnelle Sportwagen wird durch die dadurch erzeugte Steigung abgebremst, während der Fahrradfahrer beschleunigt wird. Dadurch bewegen sich alle drei Fahrzeuge mit der gleichen Geschwindigkeit und die Entfernungen zwischen ihnen bleibt gleich. [9]
Die Bewegungsgleichungen für die von Russel gefunden Wasserwellen wurden schließlich 60 Jahre später von Korteweg und de-Vries gefunden und seither als Kortweg-de-Vries

Abbildung 2: Mechanisches Analogon zum Soliton (aus [9])

(KdV-) Gleichung bezeichnet. Es gilt:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0, \tag{2}$$

mit einer reellen Funktion $u(t, x)$.
Später wurde gezeigt, dass die Gleichung mit Hilfe der Inversen Streutheorie analytisch lösbar ist und dass die Inverse Streutheorie ebenfalls auf die nichtlineare Schrödinger Gleichung angewendet werden kann. Dabei beschreibt die nichtlineare Schrödinger-Gleichung (NSE) gerade die Ausbreitung optischer Solitonen. [7]
Das bedeutet, dass sowohl die (nichtlineare) Differenzialgleichung (DGL) der KdV Gleichung als auch die DGL der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung äquivalent ist zu einer Integralbedingung für ein zugeordnetes simultanes System von linearen Differenzialgleichungen. [3]
Über diese linearen Differentialgleichungen lässt sich dann ein Streuproblem definieren, ähnlich der Streuung eines Teilchens an einem Potential in der Quantenmechanik. Die Solitonen sind dann direkt mit den diskreten Eigenwerten dieses Problems verknüpft. Letztlich kann mit Hilfe der Inversen Streutheorie gezeigt werden, dass die allgemeinen Lösung der NSE für einen gegebene Ausgangspulsform als eine Superposition von endlichen Solitonen, einem Soliton höherer Ordnung und einem Kontinuum (dispersive Welle) dargestellt werden kann.[7]

3 Selbstphasenmodulation und Dispersion

Da die Selbstphasenmodulation und die Dispersion entscheidend für das genauere Verständnis der Solitonen ist, soll dies an dieser Stelle explizit eingeführt werden.

Selbstphasenmodulation ist ein Effekt, der in nichtlinearen Medien mit optischem Kerreffekt auftritt (vgl. Abschnitt 2) und führt dazu, dass die Welle eine Phasenverschiebung

$$\Delta\phi = -n_2 I(t) k_0 z \tag{3}$$

erfährt. Dabei bezeichnet n_2 den optischen Kerrkoeffizient aus Gleichung 1, I die optische Intensität, k_0 die Wellenzahl und z die Strecke der Welle im Medium.
Dadurch ändert sich auch die instantane Frequenz des optischen Pulses, die definiert ist als

$$\omega_i = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\omega_0 t - k_0 z[n + n_2 I])}{\mathrm{d}t} = \omega_0 - k_0 z n_2 \frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}. \tag{4}$$

Durch die Selbstphasenmodulation erhält man

$$\Delta\omega_i = -n_2 \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} k_0 z. \tag{5}$$

Über die Selbstphasenmodulation wird also das Spektrum des Lichtimpulses verbreitert. Anschaulich zeigt dies Abbildung 3. Hier wird die Frequenz für die rechte Hälfte des Pulses für $n_2 > 0$ vergrößert (blauverschoben), da $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} < 0$, während die Frequenz der linken Hälfte verkleinert wird (rotverschoben). Der Puls ist somit um sein Zentrum gechirpt, bzw. frequenzmoduliert (seine instantane Frequenz ändert sich zeitlich). [9]

Dispersion beschreibt die Wellenlängenabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle. Es gilt, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit in einem Medium um den Faktor $n(\lambda)^{-1}$ kleiner ist, als im Vakuum, also

$$c_n = \frac{c_0}{n(\lambda)} \tag{6}$$

und

$$\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n(\lambda)}. \tag{7}$$

Es kann unterschieden werden zwischen normaler Dispersion und anomaler Dispersion. Bei der normalen Dispersion fällt der Brechungsindex $n(\lambda)$ mit fortschreitender Wellenlänge λ ab, $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} < 0$.
Bei anomaler Dispersion liegt genau der umgekehrte Fall vor, also $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} > 0$.
Bei Wellenpaketen spricht man vor allem von der Gruppengeschwindigkeit $\frac{\partial\omega}{\partial k}$ und der

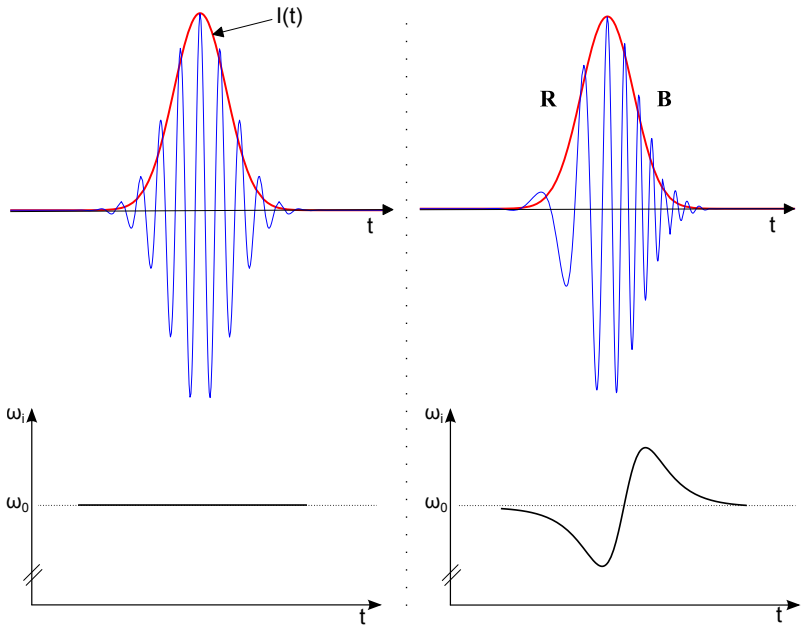

Abbildung 3: Links - optischer Puls. Rechts - optischer Puls bei Ausbreitung durch ein nichtlineares optisches Kerrmedium mit $n_2 > 0$

Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GVD: group velocity dispersion bzw. GGD). Da sich die Frequenzanteile des Pulses also mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten ausbreiten, führt die GVD entweder zum Auseinanderlaufen eines Pulses (Pulsdehnung) oder zum „Zusammenlaufen“ des Pulses (Pulskompression).

Übertragen auf Solitonen müssen sich die Effekte der Selbstphasenmodulation (SPM) und der Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GVD) gerade kompensieren. D.h. der Chirp Effekt der SPM wird durch die natürliche Pulsdehnung der GVD kompensiert. (vgl. Abschnitt 4)

4 Die Solitonenbedingung und fundamentale Solitonen

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben müssen sich die Effekte der Selbstphasenmodulation und der Gruppengeschwindigkeitsdispersion gerade kompensieren, damit eine solitäre Welle gebildet werden kann.
Genauer kommt es auf die Beträge und Vorzeichen der GVD und SPM an. Abbildung 4 dient hier als Veranschaulichung.
Im oberen Bild wird ein Puls betrachtet, der sich in einem linearen dispersiven Medium

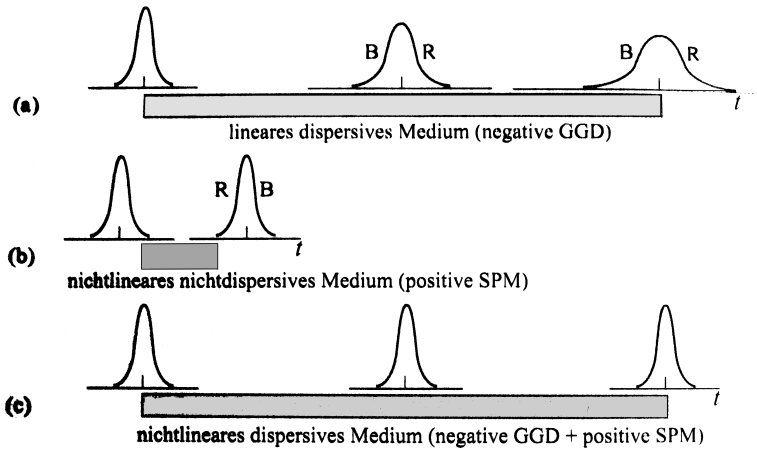

Abbildung 4: Ausbreitung eines Pulses in (a) einem linearen dispersiven Medium mit negativer Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GGD), (b) einem nichtlinearen nichtdispersiven Medium mit positiver Selbstphasenmodulation (SPM) (positiver optischer Kerr-Effekt) und (c) einem nichtlinearen dispersiven Medium mit negativer GGD und positiver SPM

mit negativer GVD (anomaler Dispersion) ausbreitet. D.h. es entsteht eine Pulsverbreiterung, da sich die kurzwellige Komponente (B) mit einer größeren Gruppengeschwindigkeit ausbreitet, als die langwelligere Komponente (R).
In Abbildung 4(b) wird ein Puls in einem nichtlinearen nichtdispersiven Medium mit positivem Kerr-Effekt ($n_2 > 0$) betrachtet. Analog zu Abbildung 3 kommt es durch die SPM in der ersten Hälfte des Pulses zu einer negativen Frequenzverschiebung und in der zweiten Hälfte zu einer positiven Frequenzverschiebung. Würde man diesen Puls nachfolgend in dem Medium aus (a) betrachten, würde hierbei der Puls komprimiert, da die blauverschobene Hälfte die rotverschobene Hälfte einholen würde.
In Abbildung 4(c) wird schließlich der Fall eines nichtlinearen dispersiven Mediums betrachtet. Hier kann es nun entweder zu einer Pulsverbreiterung, einer Pulskompression oder zur Bildung einer solitären Welle kommen, je nach Vorzeichen der GVD und SPM. Hier ist eine solitäre Welle gezeigt, die durch eine negative Gruppengeschwindigkeitsdispersion und eine positive Selbstphasenmodulation entsteht. [9]

Betrachtet man nun beispielsweise einen Gaußpuls mit $I(t) = I_0 \exp(-2t^2/\tau^2)$, dann kann man diesen in der Nähe des Zentrums mit einer parabolischen Funktion annähern: $I(t) \approx I_0[1 - 2t^2/\tau^2]$. Damit gilt für die zeitlich variierende Phase in einem nichtlinearen Medium mit Kerr-Effekt nach Gleichung 3:

$$\Delta\Phi = 2n_2 I_0 k_0 z t^2/\tau^2. \tag{8}$$

Somit führt die Selbstphasenmodulation zu einem quadratischen Phasenmodulationsfaktor $exp(i\xi t^2)$ mit

$$\xi = 2n_2 I_0 k_0 z/\tau^2. \tag{9}$$

Das lässt sich auch schreiben als $\exp(iat^2)$ mit $a = z/z_n$ und $z_{nl} = (2n_2 I_0 k_0)^{-1}$. Dabei entspricht a dem sogenannten Chirp-Parameter und $|z_{nl}|$ wird als nichtlineare charakteristische Länge des Kerr-Mediums bezeichnet.
Für die Solitonbedingung muss nun die Summe aus den in einer Entfernung Δz eingeführten Phasen durch die SPM und die GVD null sein. Die Gruppengeschwindigkeitsdispersion führt zu einer Phasenverschiebung at^2/τ^2 mit $a = \frac{\Delta z}{z_0} = 2\beta''\Delta z/\tau^2$ (vgl. [9]). Dabei bezeichnet $|z_0|$ die Dispersionslänge und β'' den Materialdispersionskoeffizienten.
Das führt letztlich auf die **Solitonbedingung**

$$k_0 n_2 I_0 = -\frac{\beta''}{\tau^2} \tag{10}$$

oder analog

$$z_{nl} = -z_0. \tag{11}$$

Die nichtlineare charakteristische Länge muss gleich der Dispersionslänge der GVD sein. Durch explizites Lösen der nichtlinearen Schrödingergleichung kann weiterhin gezeigt werden, dass eine der Lösungen das Soliton ist, dessen komplexe Einhüllende die Form

$$A(t) = |A_0|\text{sech}\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \tag{12}$$

hat, wobei τ_0 die Pulslänge und $\text{sech}\,(x) = \cosh(x)^{-1}$ der Sekans hyperbolicus ist (vgl. Abbildung 5). Der Puls hat damit eine Maximalamplitude von A_0, eine Intensität $I(t) \propto |A_0|^2\text{sech}\,(\frac{t}{\tau_0})^2$ und eine Halbwertsbreite $\tau_{HWB} = 1.76\tau_0$.
Wird dieser Puls in eine Faser eingekoppelt, breitet er sich aus ohne seine Form zu verändern, solange die oben hergeleiteten Bedingungen erfüllt sind. Es gilt dann für die komplexe Einhüllende:

$$A(z,t) = A_0 \cdot \text{sech}\left(\frac{t - z/v}{\tau_0}\right) \cdot e^{\frac{iz}{4z_0}}. \tag{13}$$

Diese komplexe Amplitude folgt unmittelbar aus der Wellenfunktion

$$\Psi(z,t) = \operatorname{sech}(t)\exp(iz/2) \tag{14}$$

, welche die nichtlineare Schrödingergleichung

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} + |\Psi|^2\Psi + i\frac{\partial\Psi}{\partial z} = 0 \tag{15}$$

löst. Da Gleichung 14 die einfachste Lösung der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung darstellt, wird die Lösung auch als **fundamentales Soliton** bezeichnet.
In optischen Glasfasern findet man diese Bedingungen bei genügend großer Pulsenergie in Bereichen von anomaler Dispersion (GVD negativ) typischerweise bei Wellenlängen $\lambda > 1{,}3\,\mu\text{m}$.
Zusätzlich zu den fundamentalen Solitonen existieren auch Solitonen höherer Ordnung. [8, 9]

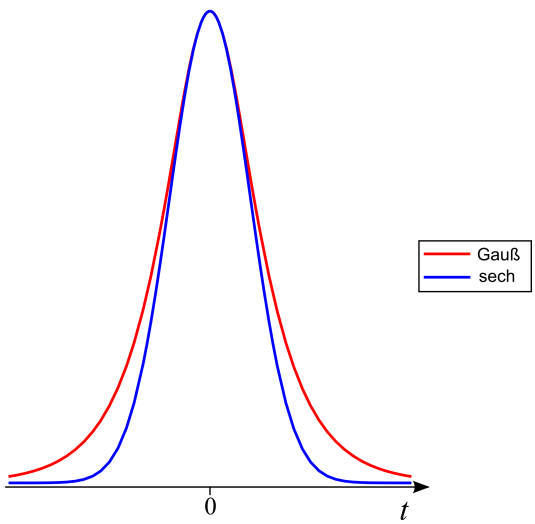

Abbildung 5: Gauß- und sech-Funktion (Sekans hyperbolicus) gleicher Höhe im Vergleich

5 Solitonen höherer Ordnung

Wie bereits angedeutet, entspricht das fundamentale Soliton der einfachsten Lösung der nichtlinearen Schrödingergleichung (NSE). Dies ist aber nur eine von vielen Lösungen der NSE mit Eigenschaften einer solitären Welle. Mithilfe der in Abschnitt 2 erwähnten Methode der inversen Streutheorie lassen sich viele weitere , auch nichtanalytische, Lösungen bestimmen. Die allgemeine Lösung ergibt eine unendliche Vielfalt von Solitonformen höherer Ordnung, wobei eine Klasse dieser Solitonformen durch einen einfallenden Puls mit

$$\Psi(0,t) = N \cdot \operatorname{sech}(t) \tag{16}$$

bestimmt wird. N entspricht einer ganzen Zahl. [10]
Diese Lösung wird auch als N-Solitonen-Welle gekennzeichnet und breitet sich mit einer Periode $z_p = \pi/2$ aus, die auch als Solitonperiode bezeichnet wird.
Entsprechend dem vorherigen Kapitel ist die Einhüllende für $z = 0$ ein Sekans hyperbolicus und die Amplitude beträgt $N \cdot A_0$. Für $N = 2$ lautet die Wellenfunktion

$$\Psi(z,t) = 4 \cdot e^{iz/2} \cdot \frac{\cosh(3t) + 3e^{4iz}\cosh(t)}{\cosh(4t) + 4\cosh(2t) + 3\cos(4z)} \tag{17}$$

deren Betrag in Abbildung 6 dargestellt ist.

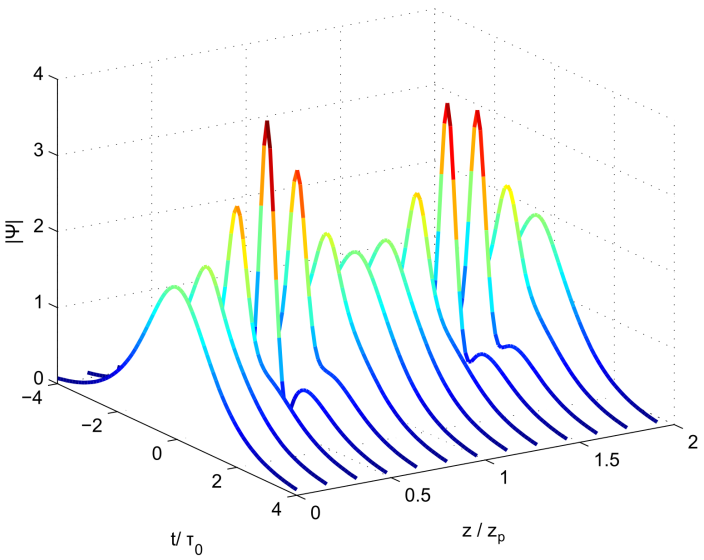

Abbildung 6: Ausbreitung eines Solitons mit $N = 2$

Wie man auf Abbildung 6 erkennt, zieht sich der Puls erst zusammen, dehnt sich dann aber

wieder aus wodurch bei $z = z_p = \pi/2$ der Anfangspuls reproduziert wird. Die Ursache für dieses Verhalten ist wieder auf das Zusammenspielen von GVD und SPM zurückzuführen.

6 Solitonen-Wechselwirkung

Laufen zwei Solitonen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten aufeinander zu, wechselwirken sie miteinander. Nach der Wechselwirkung tauchen sie jedoch mit ihrer „alten“ Form und Geschwindigkeit wieder auf, so als hätten sie sich ungestört durchdrungen. Es tritt nur eine Phasenverschiebung auf (vgl. Abbildung 7). Solitonen haben also Teilchencharakter.

Ein anderes Phänomen zeigt sich, wenn man zwei Solitonen, durch eine Zeitverzögerung

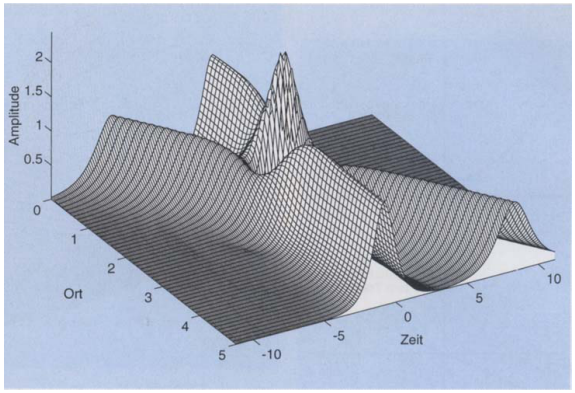

Abbildung 7: Wechselwirkung zweier Solitonen (aus [7])

getrennt, in ein nichtlineares Medium eintreten lässt. Dabei ändern sich die Form und der Zeitabstand zwischen den beiden Solitonen. Es scheint so, als würden sie anziehende (bzw. abstoßende) Kräfte spüren.

Betrachtet man z.B. zwei identische fundamentale Solitonen, dann ziehen sie sich am Anfang an. Der Zeitabstand zwischen ihnen wird kleiner, bis sie schließlich zu einem Puls verschmelzen. Daraufhin stoßen sie sich wieder ab, so dass wieder zwei Pulse entstehen. Durch Lösung der nichtlinearen Schrödingergleichung mit bestimmten Randbedingungen kann gezeigt werden, dass sich dieser Prozess mit der Periode

$$L_P = \pi \exp(T/2\tau_0) z_0 \tag{18}$$

wiederholt. T entspricht dabei dem anfänglichen Abstand (von Zentrum zu Zentrum), τ_0 der Breite der Solitonen und z_0 der Dispersionslänge der Gruppengeschwindigkeitsdispersion. [9]

Der Effekt hat u.a. eine Limitierung von faseroptischen Nachrichtensystemen zur Folge.

7 Solitonlaser

Der erste Solitonlaser wurde im Jahre 1984 von Mollenauer und Stolen demonstriert. Er benutzte eine passive Modenkopplung.[6] Abbildung 8 zeigt das Prinzip dieses Lasers.
Der Ausgang des modengekoppelten Lasers wird dabei mithilfe eines Strahlteilers (S) in eine Glasfaser mit anomaler Dispersion eingekoppelt, wird dann von dem Spiegel M_3 erneut durch die Faser zurückreflektiert und tritt wieder in den Resonator ein. Nach dem Durchlaufen der Glasfaser wird aus dem Puls ein Soliton. Mit dem damaligem Experiment waren dies vor allem $N = 2$ Solitonen und keine fundamentalen Solitonen.[6]

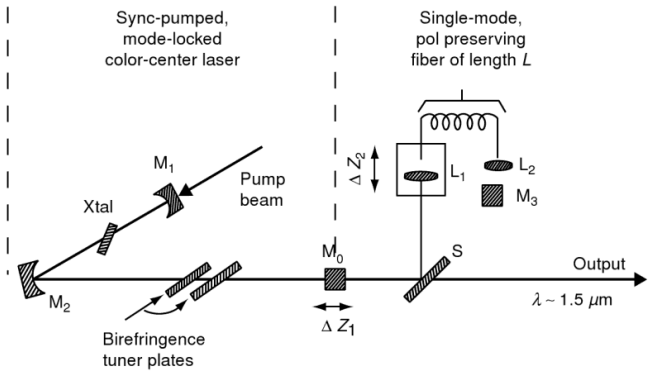

Abbildung 8: Darstellung des ersten Solitonlasers (aus [6])

Eine andere Darstellung eines Solitonlasers zeigt Abbildung 9. Hier besteht der Laser aus einer Einmodenfaser mit einem ringförmigen Resonator, wobei die Faser einer Kombination eines erbiumdotierten Faserverstärkers und einer undotierten Faser entspricht. Analog zu Abbildung 8 bestimmt die undotierte Faser die Pulsformung und damit auch die Erzeugung des Solitons. Die Pulse werden dabei durch einen Phasenmodulator erzeugt, der die Modenkopplung bewirkt. [9]

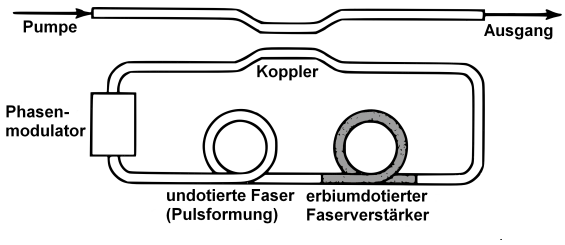

Abbildung 9: Solitonlaser aus einer optischen Faser (aus [9])

8 Helle und dunkle Solitonen

Die bisher beschriebenen Solitonen waren helle Solitonen, da der nichtlineare Brechungsindex in Gleichung 1 als positiv angenommen wurde ($n_2 > 0$). Dementsprechend führt die Selbstphasenmodulation zu einer negativen Frequenzverschiebung in der linken Hälfte des Pulses und einer positiven Frequenzverschiebung in der rechten Hälfte. Um ein Soliton zu erzeugen wird bei dieser Betrachtung ein entsprechendes Medium mit negativer Gruppengeschwindigkeitsdispersion (anomale Dispersion) benötigt.
Im Gegensatz dazu gibt es auch Lösungen für Solitonen in Bereichen von normaler Dispersion und einem Medium mit $n_2 < 0$. Eine solche Lösung wird als dunkles Soliton bezeichnet. In der normalisierten nichtlinearen Schrödinger-Gleichung aus Gleichung 15 ändert sich für diesen Fall bei einem Term das Vorzeichen [6]:

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} + |\Psi|^2\Psi + i\frac{\partial\Psi}{\partial z} = 0. \tag{19}$$

Daraus ergeben sich die Soliton-Lösungen (für die erste Ordnung N=1) in der Form

$$\Psi(z,t) = \tanh(t)\cdot\exp(iz). \tag{20}$$

Die Lösung für ein dunkles Soliton entspricht dementsprechend einem Einbruch der Intensität bei einer ansonsten kontinuierlichen Lichtwelle [9] (vgl. Abbildung 10). Dunkle Solitonen können beispielweise in Quarzfasern im Bereich normaler Dispersion mit $\lambda < 1{,}3\,\mu\text{m}$ erzeugt werden.

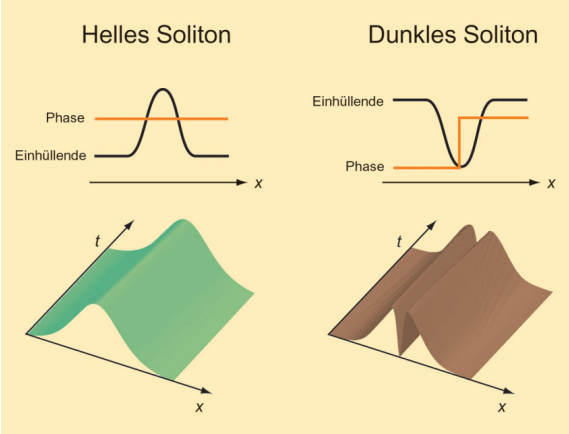

Abbildung 10: Dunkle und Helle Solitonen (aus [5])

9 räumliche und zeitliche Soltionen

Der Begriff Soliton geht bekanntlich auf alle Lösungen der nichtlinearen Schrödingergleichung zurück, welche die Ausbreitung von Pulsen beschreibt, die sich nicht ändern. Bisher wurden immer zeitliche Solitonen betrachtet, d.h. Pulse die schon örtlich begrenzt sind und ihre Form im Laufe der Zeit nicht ändern.
Analog gibt es auch Lösungen für räumliche Solitonen. Dies sind z.B. monochromatische Wellen, die räumlich in der transversalen Ebene lokalisiert sind. Räumliche Solitonen entstehen, wenn die räumliche Selbstphasenmodulation die Beugung kompensiert. D.h. durch die Nichtlinearität $n(I) = n_0 + n_2 I$ ist der Brechungsindex in der Mitte z.B. eines gaußförmigen Pulsprofils höher. Das nichtlineare Medium führt somit zu einer Selbstfokussierung des Strahles, wenn $n_2 > 0$ und wirkt der Brechung in dem Medium entgegen (vgl. Abbildung 11).

Ein gepulster Strahl, dessen räumliches und zeitliches Profil bei der Ausbreitung in einem nichtlinearen Medium mit optischem Kerr-Effekt konstant bleibt, bezeichnet man als räumlich-zeiliches Soliton.

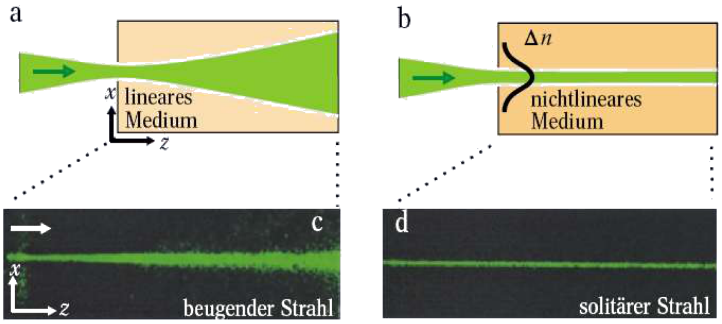

Abbildung 11: Ausbreitung eines Strahles mit gaußförmigem Profil in einem linearen Medium (a) und einem nichtlinearen Medium (b). (c) und (d) zeigen die experimentelle Realisierung der beiden Situationen in einem 5 mm langen photorefkrativen Kristall. (aus [4])

10 Zukunftsdenken: Computer mit Spin-Solitonen ?

Zum Abschluss soll noch auf eines der Themen hingewiesen werden, in dem aktuell mit Solitonen geforscht wird, der Spintronik mit Solitonen. Der Begriff Spintronik steht für ein Forschungsgebiet auf Grundlage der Nanoelektronik. Es geht darum, den Spin des Elektrons zu „beherrschen“, der für das magnetische Moment der Teilchen verantwortlich ist. Dadurch ließe sich eine völlig neue Art von Elektronik schaffen, die der jetzigen Halbleiterelektronik überlegen ist. Denn die Halbleiterelektronik basiert nur auf der elektrischen Ladung der Elektronen und berücksichtigt nicht deren Spins.[2]
Durch den Spin des Elektron entsteht also ein lokales Magnetfeld. Ähnlich einer Kette von Stabmagneten werden auch die Elektronenspins gegenseitig beeinflusst. Stößt man nun einen Spin an, wird dieser ausgelenkt und rotiert. Durch die Spin-Wechselwirkung werden dadurch auch Spins benachbarter Elektronen ausgelenkt. Es entsteht eine Spinwelle, die sich in dem Medium ausbreitet (vgl. Abbildung 12).

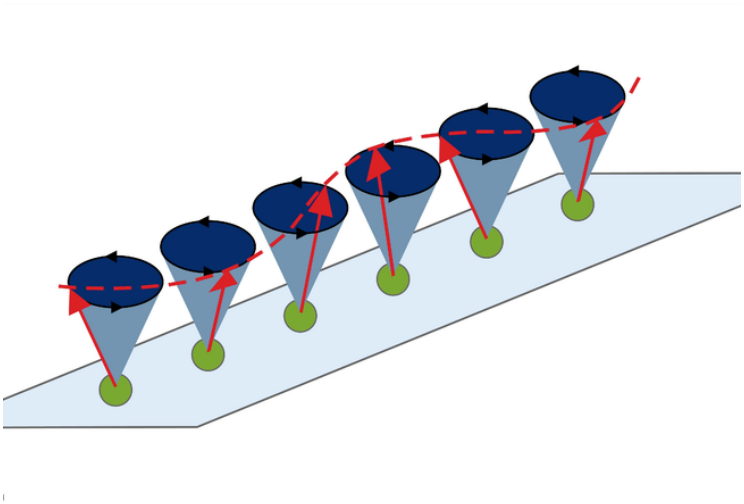

Abbildung 12: Modell einer Spinwelle (aus [2]).

Besonders stabile Spinwellenpakete, die sich wie einzelne Wellenberge durch das Medium bewegen, könnten dafür sorgen, dass Informationen zwischen verschiedenen Bauteilen ausgetauscht werden können, ohne elektrische Verbindungen zwischen den Bauteilen zu benötigen. Eine Schicht aus magnetischem Material würde genügen, um Informationen über Spinwellen auszutauschen. Das hätte weiterhin zur Folge, dass sich mit Hilfe der Spintronik viel mehr Schaltkreise auf gleicher Fläche unterbringen lassen, als mit bisheriger Elektronik. Es könnten also die fundamentalen Grenzen der Miniaturisierung überwunden werden.[2]

Ein Problem dabei ist, dass auch Spinwellen mit der Zeit auseinanderlaufen. Daher besteht ein großer Forschungsschwerpunkt darin, Spinwellen-Solitonen zu untersuchen um dem Problem entgegenzuwirken. Spinwellen-Solitonen wurden erstmals im Jahre 1983 von russischen Wissenschaftlern entdeckt. Seitdem gibt es viele Experimente die sich mit ihnen befassen.
Abbildung 13 zeigt wie Spinwellen-Solitonen erzeugt und untersucht werden. Dabei wird das Soliton mit Hilfe einer Antenne (bzw. eines elektromagnetischen Pulses) in einem magnetischen Material erzeugt und mit Hilfe eines Lasers untersucht. Meistens werden Spinwellen-Solitonen in einem Kristall aus Eisen, Yttrium und Sauerstoff erzeugt, denn dieser bietet die besten Voraussetzungen für die Ausbreitung des Solitons. Für die Untersuchung mit dem Laser wird schließlich der Effekt ausgenutzt, dass sich das Licht durch die Wechselwirkung mit dem Soliton ändert. Dadurch kann dieses lokalisiert werden und hinsichtlich seiner Eigenschaften (Länge und Breite) ausgewertet werden. Da sich die Spinwellen-Solitonen im Vergleich zu Licht langsam ausbreiten (ca. 10.000 km/h), kann das Soliton so zu verschiedenen Zeitpunkten vermessen und untersucht werden.
Insgesamt konnten bisher sowohl breite Spinwellen als auch punktförmige Spinwellen-Solitonen nachgewiesen werden, die als „Spinwave-bullets“ bezeichnet werden. Letztere sind insbesondere für den Computer der Zukunft von Interesse (vgl. Abbildung 14). [2]

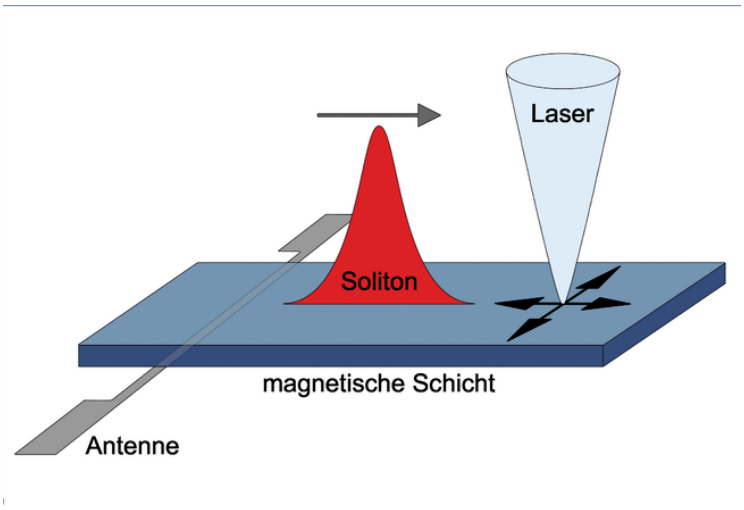

Abbildung 13: Untersuchung von Spinwellen Solitonen (aus [2]).

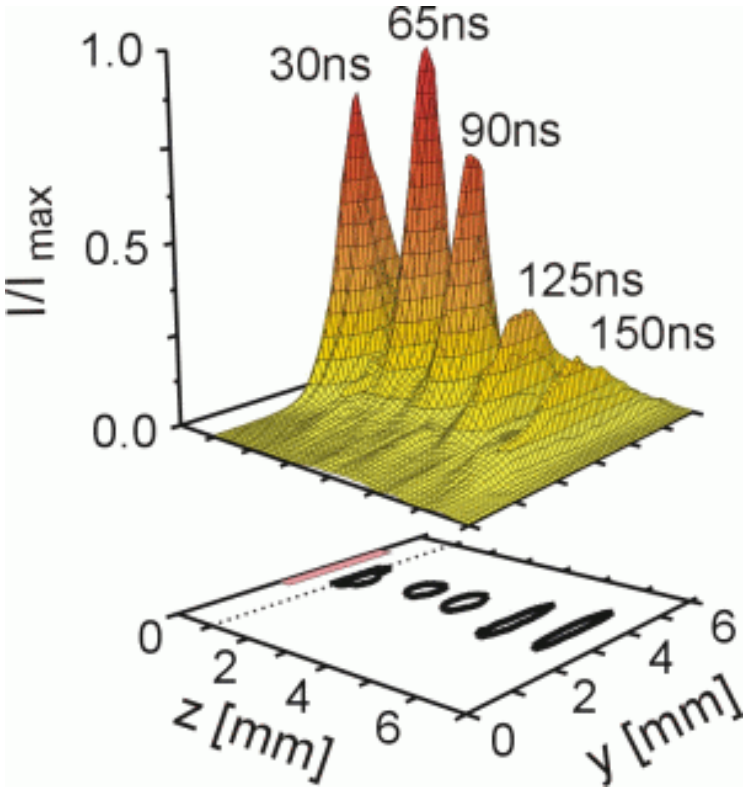

Abbildung 14: Beobachtung von „Spinwave-bullets“. Das Bullet propagiert bis zu 100 ns ohne Veränderung der Form. Nur die Intensität nimmt aufgrund von Dissipationsprozessen im Laufe der Zeit leicht ab (vgl. [1]).

Literatur

[1] Spin-wave bullets. `http://www.uni-muenster.de/Physik.AP/Demokritov/Forschen/Forschungsschwerpunkte/Swb.html`. [Online; Stand 5. Februar 2012].

[2] Spintronik mit Solitonen. `http://www.weltderphysik.de/gebiet/technik/spintronik/solitonen/`, 2010. [Online; Stand 5. Januar 2012].

[3] M. Ardenne. *Effekte der Physik und ihre Anwendungen.* Deutsch, 2005.

[4] Cornelia Denz and Carsten Weilnau. Räumliche optische Solitonen : Licht steuert Licht. *Physik Journal*, 10(2):33–39, 2003.

[5] Bernd Eiermann and Markus Oberthaler. Solitonen im bose-einstein-kondensat: Nichtlineare materiewellenoptik. *Physik in unserer Zeit*, 37(4):184–190, 2006.

[6] M.F. Ferreira. *Nonlinear Effects in Optical Fibers.* Wiley-OSA Series on Optical Communication. John Wiley & Sons, 2011.

[7] Franz X. Kärtner. Optische solitonen grundlagen und anwendungen. *Physik in unserer Zeit*, 26(4):152–161, 1995.

[8] D. Meschede. *Optics, Light and Lasers: The Practical Approach to Modern Aspects of Photonics and Laser Physics.* Physics textbook. John Wiley & Sons, 2008.

[9] B.E.A. Saleh and M.C. Teich. *Grundlagen der Photonik.* Lehrbuch Physik. Wiley-VCH, 2008.

[10] M. Seefeldt. *Pikosekunden-Weißlichterzeugung in mikrostrukturierten Fasern unter Ausnutzung nichtlinear optischer Effekte.* Universitätsverlag Potsdam, 2007.